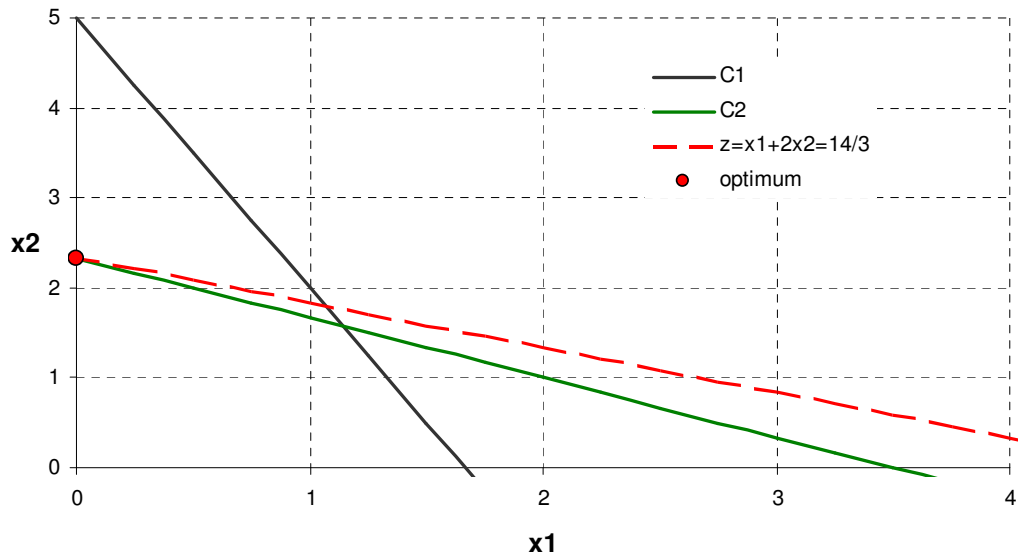


Programmation linéaire en nombres entiers

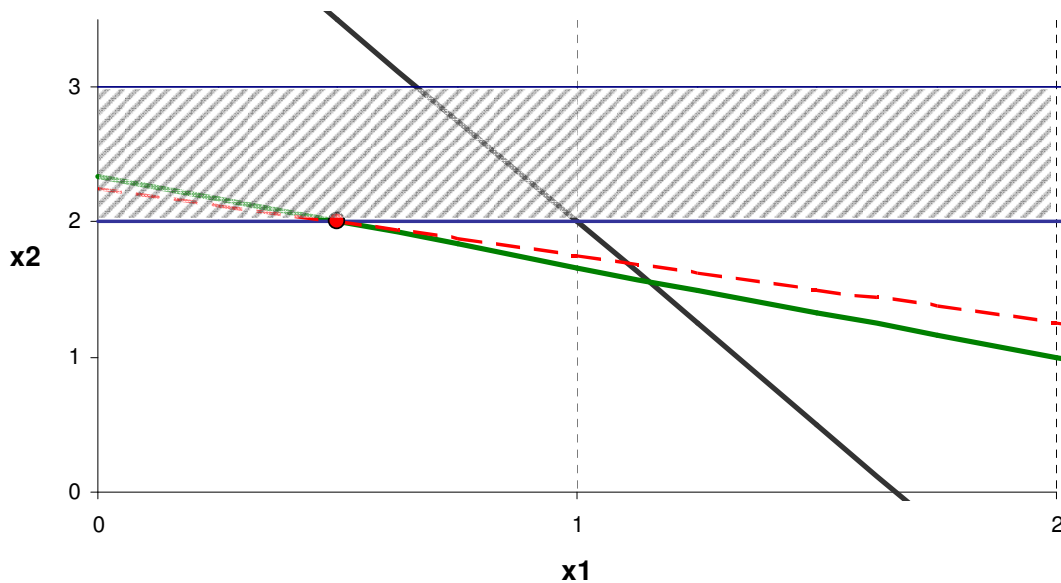
Méthode « *branch and bound* » (séparation-évaluation), exercice 4

1°) relaxation linéaire (zone réalisable plus large) \Rightarrow borne supérieure sur z



optimum : $x_1 = 0, x_2 = 7/3$ avec $z = 14/3 = 4.67$

2°) séparation sur variable non entière : ici, soit $x_2 \leq 2$, soit $x_2 \geq 3$



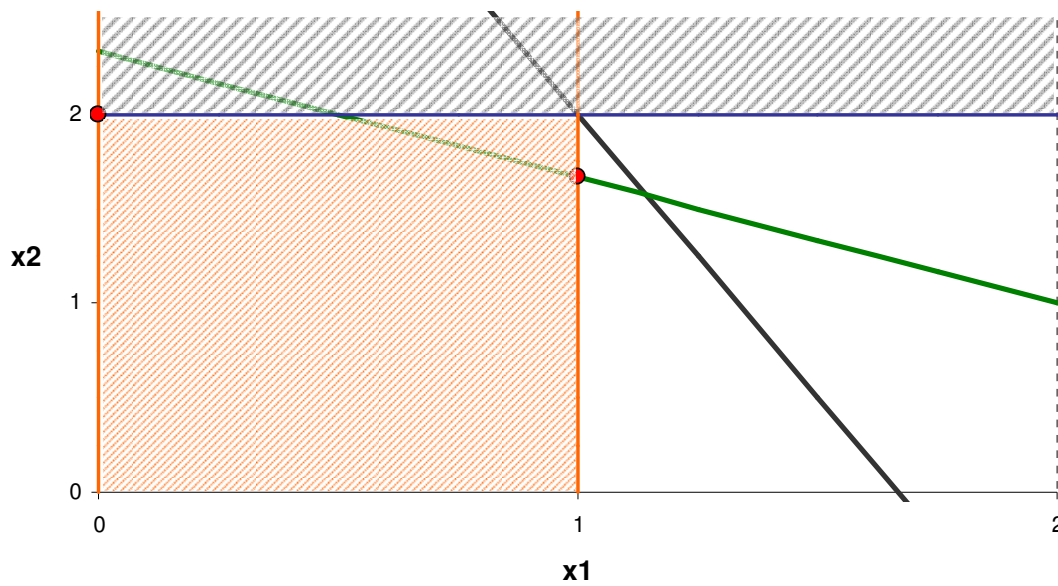
relaxation linéaire sur chaque nouvelle zone :

$x_2 \geq 3$ impossible

$x_2 \leq 2 \Rightarrow$ nouvelle solution optimale

$x_1 = 1/2, x_2 = 2$ avec $z = 9/2 = 4.5$ non entière

3°) séparation sur x_1 : soit $x_1 \leq 0$ (donc $x_1 = 0$), soit $x_1 \geq 1$



\Rightarrow 2 nouvelles solutions optimales, dont une entière :

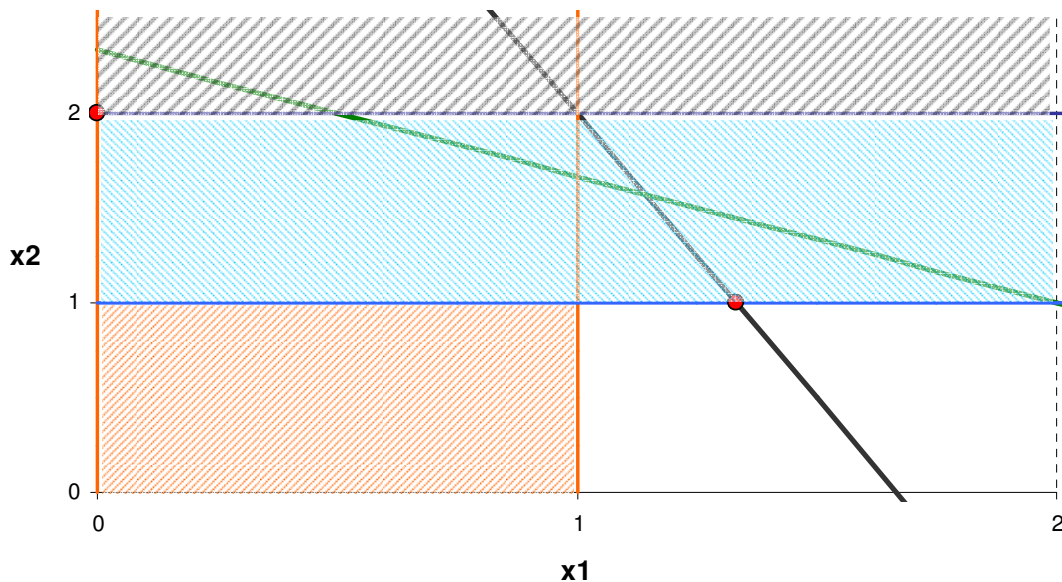
Zone $x_1 = 0$

$$\boxed{x_1=0, x_2=2 \text{ avec } z=4} \Rightarrow \text{solution entière !}$$

Zone $x_1 \geq 1$

$$\boxed{x_1=1, x_2=5/3 \text{ avec } z=13/3=4.33}$$

4°) séparation sur x_2 non entier : soit $x_2 \leq 1$, soit $x_2 \geq 2$



$x_2 \geq 2$ impossible avec $x_1 \geq 1$

$x_2 \leq 1 \Rightarrow$ nouvelle solution : $\boxed{x_1=8/6, x_2=1 \text{ avec } z=20/6=3.67 \text{ inférieur à } 4 !}$

$x_1=0, x_2=2$ est la solution optimale du PLNE, avec $z_{\text{opt}}=4$